

《线性代数》课程思政

典型教学案例（一）

1. 案例名称 “Matlab 被禁”事件的启示

2. 结合知识点 矩阵乘法

3. 案例意义

以 2020 年“Matlab 被禁”事件给我们中国社会大众敲响警钟——中国科技的发展更需要依赖于自身实力，未来国产替代进口刻不容缓。此次事件让我们认识到我们不能将国家和企业的信息安全完全寄托于外国软件的商业道德与自律，加快研发自主可控软件是保证中国信息安全的重要手段。使学生认识有关线性代数应用的科技发展现况与趋势，培养持续学习的习惯和勇于探索的创新精神，培育学生精益求精的大国工匠精神，激发学生科技报国的使命担当。

4. 案例设计与实施

（1）教学设计

（1.1）总体思路

课前

要求学生观看教师在泛雅平台开设的湖南省一流本科建设课程《线性代数》在线开放课程视频，并且回答矩阵的乘法与数的乘法有何不同？是否满足交换律？可交换的条件是什么？这一系列问题环环相扣，层层递进，引导学生在回答问题链的过程中还原科学探索路径，并归纳提取抽象的定义和一些重要的结论。

课中

内容导入：由国产片《哪吒之魔童降世》导入本章主题，对比国内外动画电影技术，简单概括矩阵相关理论在其中的应用，点出中国

技术的快速发展,增强民族自豪感、激发奋斗激情。同时,简单介绍5G网络技术。5G网络技术即第五代移动通信网络技术,其技术基础是极化码。极化码看起来很复杂,但本质上还是一些矩阵的乘法,教师还可简要介绍人工智能技术以及民营企业之星“华为”的故事。

内容讲解:抓住“矩阵”这一根主线进行教学,从实际问题出发探索矩阵概念的形成、矩阵运算的定义,完成由具体问题到抽象数学符号语言的转化,从中归纳处相应的数学本质。在讲解矩阵乘法时介绍案例“Matlab 被禁”事件,强调科技报国和工匠精神。

课堂测验:采用学习通在线测试,检验学生课堂学习效果。

课后

通过课后作业和思考题的形式复习巩固课堂所学知识点;设置在线问卷,了解学情。

(1.2) 思政设计

知识点	思政元素	思政案例
矩阵概念	民族自豪感 奋斗激情	案例 1: 影片《哪吒之魔童降世》(内容、技术); 5G 技术简介; 教学手段与方法: 多媒体展示, 教师讲授。
矩阵乘法	科技报国	案例 2: “Matlab 被禁”事件(理论联系实际); 教学手段与方法: 多媒体展示, 教师讲授、现场讨论。

(2) 教学实施

知识点精讲: 矩阵的乘积:

设 $A = (a_{ij})_{m \times s}$ 矩阵, $B = (a_{ij})_{s \times n}$ 矩阵, 即:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1s} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{ms} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{n1} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{n2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{s1} & b_{s2} & \cdots & b_{sn} \end{pmatrix},$$

则定义 A 与 B 的乘积是一个 $m \times n$ 的矩阵 $C = (c_{ij})_{m \times n}$ ，记作：

$$AB = C = (c_{ij})_{m \times n}$$

其中， $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{is}b_{sj}$

$$= \sum_{k=1}^s a_{ik}b_{kj} \quad (i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n).$$

(c_{ij} 等于 A 第 i 行的所有元素与 B 的第 j 列的对应元素乘积的和)

几点说明

① 相乘条件：左矩阵 A 的列数等于右矩阵 B 的行数；

② 相乘方法：——乘积 C 矩阵的元素 c_{ij} 等于左 A 的第 i 行与右 B 的第 j 列的对应元素乘积的和)；

③ 相乘结果：——乘积 C 矩阵的行列数，分别取自左 A 的行数，右 B 的列数。

$$C_{m \times n} = A_{m \times s} B_{s \times n}.$$

知识点延伸： 矩阵的运算规律、幂运算、方阵的行列式等。

提出问题： 矩阵相关理论在动画电影技术有什么应用？是否了解“Matlab 被禁”事件？

思政案例导入：

2020 年 6 月，哈尔滨工业大学、哈尔滨工程大学因被列入美国商务部实体名单，并被禁用数学基础软件 Matlab，引发了关于国产软件的大规模讨论。

对于大多数理工科学生而言，Matlab 并不陌生，Matlab 是一款

被广泛应用于教学、科研、工业领域的基础软件，而这类 EDA（Electronic Design Automation，电子设计自动化）软件，却刚好又是我国的短板。正因如此，不少行业人士感慨，这次我们真的是被卡脖子了。

价值观引领：当我们在思考如何解“Matlab 被禁”这个燃眉之急的同时，更需要考虑如何才能在未来做出像 Matlab 这样的工具，做出能卡别人脖子的技术。我们可以做什么？

学生讨论：引导学生从不同角度分析讨论中国的工业软件发展之痛，批评国内的盗版问题、知识产权保护问题、重硬件轻软件等一系列问题。要求学生发表自己的观点，提高思辨能力，并提出改进途径。引导学生反思“落后就要挨打”，进而激发学生的爱国情感和科技报国的责任担当意识，激发学生的学习动机，培养学生的职业前瞻感和民族自豪感，并让学生明白科学严谨的态度在学习、工作和生活中都是不可或缺的。

课后拓展：要求学生深入了解美国对中国华为公司芯片断供事件。让学生在新闻时政中感受科技被“卡脖子”的窒息感。

5.教学反思

成功之处：

(1)课堂以生动案例引入开始，能引起学生的学习兴趣。

(2)在教学方法上，由于课时有限，学生在课前对于这些思政内容已有基本理解与认识，不需要进行过多的阐述，思政融入的总体时间不超过 10%。

持续改进之处：

(1)为切实提高课程思政的教学效果，要求有与课中内容一致、更高标准的课程思政作业，期望学生进一步提高认识，深化与完善课

程思政的效果。

(2)进一步将思政案例语言精炼组织，重点是教学目标的达成、教学重难点的精讲。

《线性代数》课程思政

典型教学案例（二）

1. 案例名称 永不消逝的电波——加密解密矩阵原理

2. 结合知识点 逆矩阵

3. 案例意义

基于加密技术的保密通信模型，加密密钥的生成至关重要，如何快速而有效地构造一个可逆矩阵作为加密密钥和求出其逆矩阵作为解密密钥是利用可逆矩阵实现保密通信的关键。打好信息保卫战是国与国之间战争的首要任务，所以青年学生要有开拓创新、严谨治学的精神，要有献身国防和坚定崇高的爱国主义理想。

4. 案例设计与实施

（1）教学设计

（1.1）总体思路

课前

要求学生观看教师在泛雅平台开设的湖南省一流本科建设课程《线性代数》在线开放课程视频，并且回答什么样的矩阵可逆？并向学生介绍可逆矩阵的方法可以有效地用到加密技术中。

课中

内容导入：由影片《永不消逝的电波》导入本章主题，简单概括逆矩阵相关理论在密码的应用，解释密码信息安全的重要性，增强竞争的迫切感、激发奋斗激情。

内容讲解：抓住“逆矩阵”这一根主线进行教学，从实际问题出发探索逆矩阵概念的形成、逆矩阵运算，完成由具体问题到抽象数学符号语言的转化，从中归纳出相应的数学本质。在讲解逆矩阵性质与

计算时，要学生设计密码矩阵并求逆矩阵解密，引起学生探究密信内容的兴趣，激发学生学习的兴趣。同时，学生对知识点应用的印象会更加深刻。

课堂测验：采用学习通在线测试，检验学生课堂学习效果。

课后

通过课后作业和思考题的形式复习巩固课堂所学知识点；设置在线问卷，了解学情。

(1.2) 思政设计

知识点	思政元素	思政案例
逆阵 概念	安全意识 保密意识	案例 1：影片《永不消逝的电波》； 教学手段与方法：多媒体展示，教师讲授。
逆阵 计算	感恩报恩	案例 2：计算逆阵解密（理论联系实际）； 教学手段与方法：多媒体展示，教师讲授、现场讨论。

(2) 教学实施

知识点精讲：

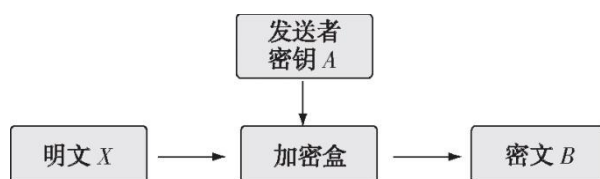
大学生小王给朋友小红发了一封密信 B ，用 3 阶矩阵来表示，这里有加密矩阵 A ，并且满足矩阵中的数字 1-26 和字母 A-Z 有一一对应关系，密信内容是什么？

$$\begin{array}{l}
 \text{密文:} \\
 B = \begin{pmatrix} 22 & 5 & 25 \\ 9 & 12 & 15 \\ 15 & 21 & 0 \end{pmatrix}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \text{加密矩阵:} \\
 A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

约定：

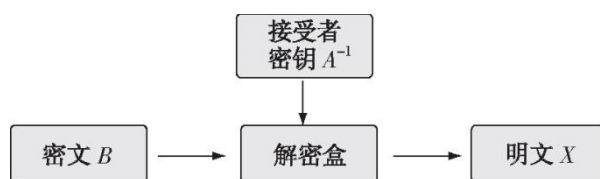
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

用引例激发学生的学习兴趣，进而引导学生分析这个问题：



$$AX = B$$

只要求出未知矩阵 X ，密信的真实内容就求解出来了。以此引入可逆矩阵和逆矩阵的定义等基本概念。然后，回归引例，继续分析：



$$X = A^{-1}B$$

于是利用逆矩阵的知识，就得到了：

$$X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 22 & 5 & 25 \\ 9 & 12 & 15 \\ 15 & 21 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 12 & 15 \\ 22 & 5 & 25 \\ 15 & 21 & 0 \end{pmatrix}.$$

对照字母表，得到密信内容为：I LOVE YOU.

知识点延伸：行列式的值、初等变换、方阵的行列式等。

提出问题：逆矩阵相关理论在设计密码、解密有什么应用？

思政案例导入：

播放影片《永不消逝的电波》片段，介绍逆矩阵相关理论在设计密码、解密的应用。

价值观引领：加密矩阵很重要，所以从事通信保密专业的工作人员，一定要遵守职业规范，加强保密安全意识，国家安全人人有责。我们可以做什么？

学生讨论：引导学生根据行列式的值来判断矩阵可逆性，体会根据它们的“量”来确定它们对应的“质”。在线性代数的学习中，如何运用量变与质变的辩证关系？矩阵求逆初等变换的过程体现数学形式的统一美，展现数学思想，逆体会到什么样的内在的逻辑美？

课后拓展：课后向学生推荐“希尔密码原理分析”这篇文章，通过阅读希尔密码的相关知识,使学生深刻认识到,简单的矩阵乘法也可以成为深入理论和方法的源泉,从而大大增强了学习兴趣,也了解到应用所学知识解决实际问题的方法和途径。

5. 教学反思

成功之处：

- (1) 思政切入点，让课程知识点到思政点的过渡更显自然。
- (2) 思政案例语言组织精炼，重点把握在教学目标的达成、教学重难点的精讲。

持续改进之处：

- (1) 课程思政取得成效的关键在于启发学生思考，实现情感共鸣，需要进一步加强在课前、课中、课后建立系统化的思考。
- (2) 课堂在线测验题目要精选，面向应用案例要结合学生学情，选择合适的例子。

《线性代数》课程思政

典型教学案例（三）

1. 案例名称 疫情期间物品配送

2. 结合知识点 矩阵的初等变换

3. 案例意义

疫情期间，国务院联防联控机制要求各地区、各部门全力保障货运物流特别是医疗防控物资、生活必需品、政府储备物资、邮政快递等民生物资和农业、能源、原材料等重要生产物资的运输畅通，切实维护人民群众正常生产生活秩序。科学有序、省时省费用、安全及时地配送物品值得探究。同时，疫情期间救援物资的配送，体现的精神，中华民族有着以爱国主义为核心的团结统一、勤劳勇敢自强不息、一方有难、八方支援的团结一致的伟大民族精神。

4. 案例设计与实施

（1）教学设计

（1.1）总体思路

课前

要求学生观看教师在泛雅平台开设的湖南省一流本科建设课程《线性代数》在线开放课程视频，并且回答矩阵进行初等变换后，秩是否改变？通过布置的简单问题，引化“形变质不变”的辩证思想。

课中

内容导入：由时政新闻《上海抗疫物流配送难题有解》导入本节主题，简单概括矩阵的初等变换相关理论在科学有序配送的应用，点出一方有难、八方支援的团结一致的伟大民族精神，增强民族自豪感、激发奋斗激情。

内容讲解：抓住“矩阵的初等变换”这一根主线进行教学，从实际问题出发探索矩阵初等变换概念的形成、运算，完成由具体问题到抽象数学符号语言的转化，从中归纳出相应的数学本质。在讲解矩阵初等变换时介绍《九章算术》是世界上最早记录完整的线性方程组的解法的著作，以此增强学生爱国情感和民族自豪感，进而奋发学习。

课堂测验：采用学习通在线测试，检验学生课堂学习效果。

课后

通过课后作业和思考题的形式复习巩固课堂所学知识点；设置在线问卷，了解学情。

(1.2) 思政设计

知识点	思政元素	思政案例
矩阵初等变换	团结就是力量	案例 1：时政新闻《上海抗疫物流配送难题有解》； 教学手段与方法：多媒体展示，教师讲授。
线性方程组	爱国情感 民族自豪感	案例 2：《九章算术》（理论联系实际）； 教学手段与方法：多媒体展示，教师讲授、现场讨论。

(2) 教学实施

知识点精讲：

疫情期间，假设上海市某三区急需物资支援，其中 S1 区 40 吨，S2 区 211 吨，S3 区 80 吨。根据实际情况，A、B、C、D 省一次可运送物资如下。

方案	S1 区	S2 区	S3 区
A 省	2 吨	1 吨	2 吨
B 省	0 吨	9 吨	0 吨
C 省	0 吨	5 吨	1 吨
D 省	4 吨	6 吨	8 吨

尝试设计一种运输方案，给三市配送物资.

解：设 A、B、C、D 省分别运送 x_1, x_2, x_3, x_4 次，则有：

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_4 = 40, \\ x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 211, \\ 2x_1 + x_3 + 8x_4 = 80. \end{cases}$$

由此引入消元法和矩阵的初等变换，化简得方程组为：

$$\begin{cases} x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 211, \\ 9x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 191, \\ x_3 + 4x_4 = 40. \end{cases}$$

取 x_4 为自由未知数，则：

$$\begin{cases} x_1 = -2x_4 + 20, \\ x_2 = \frac{16}{9}x_4 - 1, \\ x_3 = -4x_4 + 40. \end{cases}$$

$$x_4 = c, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2c+20 \\ \frac{16}{9}c-1 \\ -4c+40 \\ c \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} -2 \\ \frac{16}{9} \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 20 \\ -1 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (c \in \mathbf{R}).$$

取 $c=9$ ，则可得唯一的正整数解： $x_1=2, x_2=15, x_3=4, x_4=9$.

即 A、B、C、D 省分别运送 2, 15, 4, 9 次.

知识点延伸: 线性方程组、消元法等。

提出问题: 矩阵的初等变换理论在物品配送中有什么应用?

思政案例导入:

播放时政新闻《上海抗疫物流配送难题有解》，教师简单概括矩阵的初等变换相关理论在科学有序配送的应用，点出一方有难、八方支援的团结一致的伟大民族精神。

价值观引领: 介绍疫情期间救援物资的配送问题，培养学生一方有难、八方支援的团结一致的精神，增强民族自豪感、激发奋斗激情。我们可以做什么？

学生讨论: 引导学生从不同角度分析讨论疫情期间救援物资的配送问题，结合线性代数的知识如何解决配送的科学有序、省时省费用、安全及时。要求学生发表自己的观点，提高思辨能力，并提出改进途径。激发学生的爱国情感和科技报国的责任担当意识。

课后拓展: 要求学生查阅重要的数学著作《九章算术》，重点了解书中的第八章“方程”采用分离系数的方法表示线性方程组，相当于现在的矩阵，解线性方程组时使用的直除法，与矩阵的初等变换一致。成书于公元 1 世纪左右。在西方，直到 17 世纪，莱布尼茨才提出完整的解法法则。了解《九章算术》是世界上最早记录完整的线性方程组的解法的著作，以此增强学生爱国情感和民族自豪感，进而奋发学习。

5.教学反思

成功之处:

课堂教学以正常完成专业教学任务、实现专业教学目标为前提，

坚持思政融入化整为零、突出重点的原则。对于非重点的思政切入点，只简单解释说明。对于“团结就是力量”这个重点思政元素，予以着重分析，引导学生提高思辨能力，体现“我们正处于实现中华民族伟大复兴的伟大时代，要认识到自己肩负的责任，努力学习，为实现中华民族伟大复兴而努力奋斗”的主题。

持续改进之处：

为了更好地实现课程思政的目标，课堂教学的课程思政还需要课外学习的配合。要精选匹配的思政思考练习题，要在线上课堂上准备对应思政案例，作为学习资料供学生学习，也可在泛雅平台上实现教师与学生的互动。